

ШИФР  
«НАМБТУРІ»

**ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМ НАВІГАЦІЇ З ІНЕРЦІЙНИМ  
ПРИНЦИПОМ РОБОТИ ДЛЯ ЕФЕКТИВНОГО УПРАВЛІННЯ  
РОБОТОТЕХНІЧНИМИ ЗАСОБАМИ ПРИ ВИЯВЛЕННІ  
ОБ'ЄКТІВ**

## АНОТАЦІЯ

Наукова робота має 30 сторінок, 13 рисунків, 1 таблиця, 9 джерел.

**Актуальність теми.** Враховуючи швидкі технологічні зміни та поширення різноманітних джерел даних, розробка систем навігації з інерційним принципом роботи для ефективного управління робототехнічними засобами набуває особливого значення. Використання таких систем може забезпечити надійне та точне управління, що є критичним як у цивільних, так і в оборонних цілях. Такі дослідження можуть допомогти вирішити проблеми навігації в умовах обмеженої доступності сигналів GPS або в умовах активного завадозахисту, що стає важливим в контексті сучасних викликів і загроз.

**Об'єктом дослідження** є система автоматичного керування та регулювання польотом безпілотного літального апарату (БПЛА) багатороторного типу.

**Мета роботи.** Змодельовати систему автоматичного регулювання висоти польоту БПЛА, яка дозволить оптимально запрограмувати контролер зразка літального апарату який розробляється.

В результаті, змодельована система автоматичного управління, містить у собі компоненти, що забезпечують підтримку висоти польоту БПЛА. Всі дані про політ безпілотного літального апарату багатороторного типу надходять від датчиків до контролера, головне завдання якого полягає у підтримці висоти польоту, стабілізації платформи польоту у повітрі та компенсуванні впливів від зовнішніх збудників.

**Сфери застосування:** дані безпілотні літальні апарати можуть використовуватися у оборонних цілях, як на передовій так і на територіях стратегічних підприємств, і в інших галузях.

БПЛА, ІНЕРЦІЯ, НАВІГАЦІЯ, РЕГУЛЯТОР

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
РОЗДІЛ 1. Аналіз безпілотних літальних апаратів багатороторного типу.....	6
1.1 Інерційна навігаційна система.....	6
1.2 Переваги та недоліки безпілотних літальних апаратів багатороторного типу.....	7
1.3 Області застосування безпілотного літального апарату.....	8
РОЗДІЛ 2. Об'єкт регулювання.....	10
РОЗДІЛ 3. Математичний опис квадрокоптера.....	13
3.1 Матриця моменту інерції маси.....	14
3.2 Коефіцієнт тяги.....	15
3.3 Коефіцієнт крутного моменту.....	16
3.4 Початкова матрична конструкція.....	16
3.5 Зв'язок дросельної команди.....	16
3.6 Гіроскопічні сили.....	17
3.7 Заключна матрична конструкція.....	17
3.8 Основні рівняння.....	18
РОЗДІЛ 4. Моделювання та управління.....	21
ВИСНОВОК.....	28
ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА.....	29

## ВСТУП

Мехатроніка на сьогоднішній день є областю науки та техніки що швидко розвивається. Вона заснована на об'єднанні точної механіки з електротехнічними та комп'ютерними технологіями. Дана область забезпечує проектування та створення нових якісних систем з інтелектуальним управлінням та прагне до повної інтеграції програмованих контролерів та програмного забезпечення.

Мехатроніка застосовується в таких галузях як робототехніка, космічна техніка, авіаційна техніка та ін.

Однією з головних завдань мехатроніки є створення та впровадження таких автоматичних пристроїв, які здатні замінити людину в шкідливих і небезпечних для життя умов.

Потенційно небезпечними умовами для життя є:

- виробничі об'єкти, біля яких перебувають займисті та токсичні речовини;
- виробничі об'єкти, на яких використовується обладнання, що працює при надмірному тиску;
- різні види оборонної діяльності

У зв'язку з цим зростає роль безпілотних літальних апаратів. Основною перевагою БПЛА є низька вартість створення та експлуатації за умови рівної ефективності рішення поставлених завдань. Дані апарати мають високий рівень маневреності та здатні працювати в небезпечних умовах для життя людини.

БПЛА використовуються для моніторингу технологічного обладнання, доставки вантажів у важкодоступні місця, розвідувальні операції, диверсійні операції, оборонні заходи.

Потенційними споживачами у промисловості є підприємства стратегічного призначення та найбільш актуально для оборонної промисловості. Безпілотні літальні апарати, оснащені тепловізорами, дозволяють ефективно проводити моніторинг переміщення техніки, особового складу супотівника.

Цілями та завданнями є:

- вивчення динаміки польоту БПЛА;
- вивчення та розробка структури управління БПЛА;
- моделювання структури САУ;

- розрахунок параметрів налаштування регулятора БПЛА;
- аналіз одержаних результатів.

**АПРОБАЦІЯ ДАНОЇ РОБОТИ ВІДБУВУЛАСЯ НА ДВОХ МІЖНАРОДНИХ КОНФЕРЕНЦІЯХ**

**ПУБЛІКАЦІЇ:** за матеріалами цієї роботи опубліковано дві фахові статті ( одна з яких Scopus) та опубліковано навчальний посібник.

# РОЗДІЛ 1. Аналіз безпілотних літальних апаратів багатороторного типу

## 1.1 Інерційна навігаційна система

При застосуванні БПЛА для патрулювання об'єктів в першу чергу необхідно вирішити задачі навігації шляхом створення та впровадження інерційної навігаційної системи.

Принцип роботи інерційної навігаційної системи (ІНС) полягає у визначенні кутових швидкостей об'єкта, його прискорень та висоти польоту за допомогою інерційних датчиків, встановлених на БПЛА. За отриманими даними відбувається визначення курсу польоту об'єкта, визначення просторової орієнтації, визначення швидкості об'єкта та дальності пройденого шляху. На основі отриманих даних також відбувається стабілізація об'єкта та автоматичне управління його рухом [1].

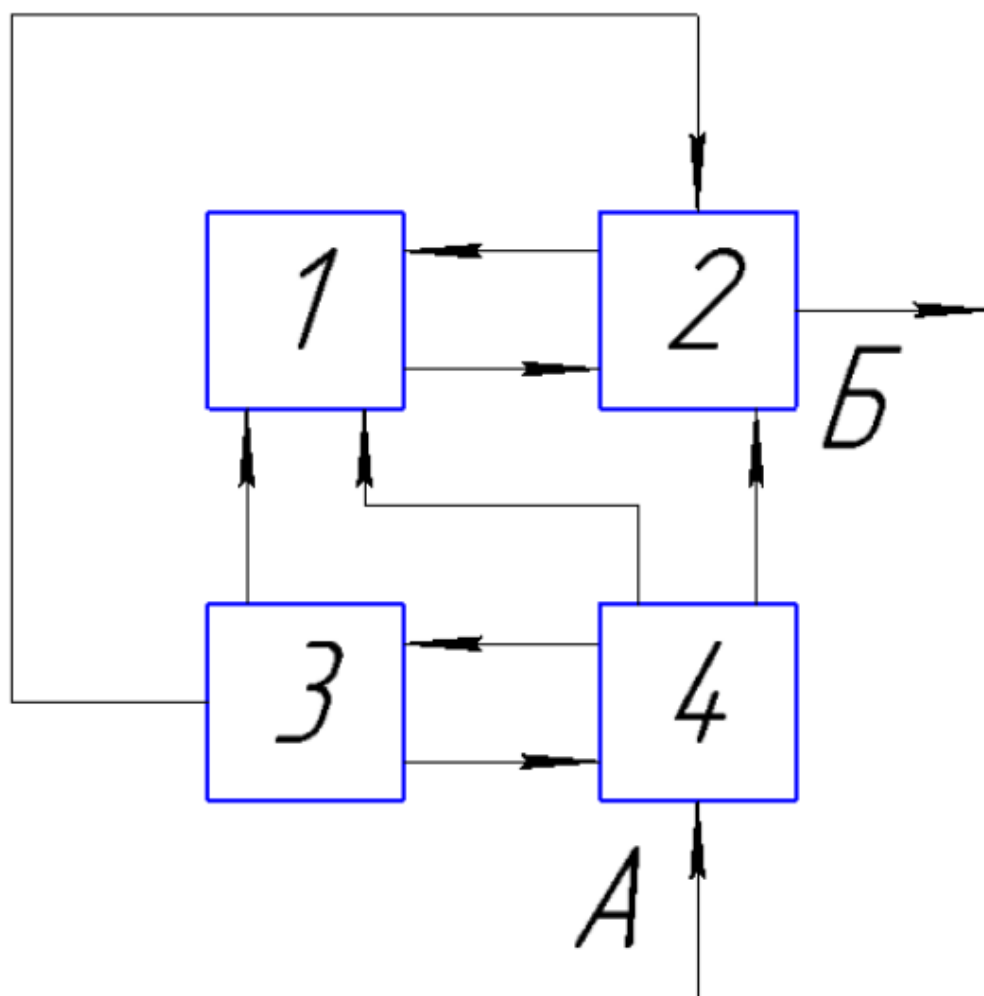


Рисунок 1.1 – Блок-схема ІНС

Блок-схема ІНС: 1 – блок інерційних датчиків; 2 – обчислювальний блок; 3 – блок часу; 4 – блок введення початкової інформації; А - надходження початкової інформації; Б – кінцева інформація про параметри руху

ІНС складається з блоку інерційних датчиків та обчислювальних пристроїв. До блоку інерційних датчиків входять датчики лінійного прискорення (акселерометри) та гіроскопічні пристрої. Гіроскопічні пристрої призначені для імітації системи відліку на об'єкті та визначення кутів нахилу та кутів повороту, необхідних для стабілізації та управління БПЛА. Обчислювальні пристрої призначені для визначення за отриманими даними про прискорення та кутах швидкості об'єкта, його просторової орієнтації та інших параметрів руху [2].

ІНС розрізняють за низкою ознак, таких як: орієнтація осей чутливості інерційних датчиків, способу побудови вертикалі місця, наявності стійкої платформи.

Головними перевагами ІНС є висока перешкодо-захищеність, автономність і при необхідності можливості повної автоматизації всіх навігаційних процесів.

## **1.2 Переваги та недоліки безпілотних літальних апаратів багатороторного типу**

Основними перевагами безпілотних літальних апаратів мультироторного типу є [3]:

- значне зниження габаритних характеристик, що зменшує вартість у порівнянні з традиційними літальними апаратами;
- можливість створення БПЛА малих розмірів, що дозволяють виконання різноманітних задач не доступних звичайним літальним апаратам;
- висока мобільність та маневреність, невелика вага апарата;
- можливість завантаження додаткового обладнання для вирішення поставлених завдань;
- більша вантажопідйомність, мала чутливість до вітру;
- для обслуговування достатньо одного або двох операторів.

Основними недоліками безпілотних літальних апаратів мультироторного типу є [3]:

- мала дальність та час польоту;
- складність ремонту;
- підвищена аварійність БПЛА.

Вагомою перевагою БПЛА є можливість використання сучасних технологій під час виготовлення рам, корпусів та елементів обшивки. Оскільки БПЛА існують малогабаритні та середньогабаритні виготовлення елементів за допомогою адитивних технологій відкриває масу перспектив на покращення фізико-механічних та фізико-електричних характеристик, збільшенню рівня перешкодозахисту літального апарату від зовнішніх чинників [4]. Покращення масогабаритних показників за допомогою використання сучасних ізолюючих спінених полімерів позитивно відображається на показниках датчиків мультикоптерів за рахунок зменшення маси корпусу та зниженню супротиву на силову частину під час зміни руху апаратів.

### **1.3 Області застосування безпілотного літального апарату**

На сьогоднішній день найбільш ефективним та економічно вигідним методом моніторингу ситуації навколо об'єктів інфраструктури є застосування безпілотних літальних апаратів. БПЛА в режимі реального часу отримують якісні зображення, що дозволяють виявляти переміщення супротивника, виявляти акти проникнення до закритих зон. Аерофотознімки, отримані з борту БПЛА, дозволяють аналізувати та оцінювати дані для прийняття подальших дій у зоні бойових дій або на прикордонних територіях [3].

Застосування БПЛА є рентабельним для отримання оперативних та аналітичних даних про стан автомобільних доріг та залізничні лінії. Літальні апарати надають службам дорожньої інфраструктури інформацію, завдяки якій експерти оцінюють загальний стан доріг, проводять регулярний моніторинг доріг, контролюють роботи, що проводяться на дорогах, спостерігають за придорожною обстановкою. Використовуючи апарат, можна здійснювати моніторинг дорожньо-транспортної обстановки в режимі реального часу. В разі виявлення правопорушників БПЛА стежать за ними в автоматичному режимі та розпізнають номери автомобілів, здійснюють оперативну розвідку з місця аварії



чи катастрофи на дорожньому об'єкті, дозволяючи тим самим керівникам прийняти у найкоротші терміни управлінські рішення.

Повітряний моніторинг ліній електропередач за допомогою БПЛА дозволяє найефективніше оцінювати технічний стан проводів та ізоляторів, виявляти у будь-який час доби акти несанкціонованої діяльності сторонніх осіб та транспортних засобів в охоронних зонах, передавати в режимі реального часу якісні дані про дефекти дротів при аварійному відключенні [3].

Сільське господарство є однією з перспективних сфер, застосовують безпілотні літальні апарати для ефективного управління сільськогосподарським виробництвом. Наземні дослідження не завжди дозволяють у повному обсязі проаналізувати та оцінити стан сільськогосподарських угідь та проконтролювати процес посіву та збирання врожаю. Найбільш рентабельним та дієвим у даному випадку є здійснення аерофотозйомки та відеозйомки.

Під час проведення рятувальних операцій безпілотні літальні апарати є найбільш достовірним та безпечним джерелом інформування наземних груп. БПЛА проводять оперативну розвідку та детальне обстеження місцевості, що дозволяє керівникам своєчасно оцінювати обстановку та приймати управлінські рішення з координації дій аварійно-рятувальних загонів.

У пожежонебезпечний період БПЛА можуть застосовуватися наземними загонами ДСНС для ведення повітряної розвідки. Завдяки вдосконаленим цільовим навантаженням БПЛА дозволяють фіксувати навіть незначні вогнища загоряння, а також виявляти горіння торф'яних розробок.

Застосування БПЛА у картографії для створення топографічних карт значно знизило витрати на залучення пілотованої авіації для створення карт та моделей місцевості. Апарат для аерофотозйомки здійснює політ на заданій місцевості в автоматичному та напівавтоматичному режимі, отримує високоякісні зображення з прив'язкою до географічних координат, що дозволяє використовувати їх для створення топографічних мап високої точності. Фото та відеодані, після обробки у спеціалізованому програмному забезпеченні, служать основою для створення образно-знакових моделей простору у вигляді плоских, рельєфних та об'ємних карт та глобусів. Картографія вимагає максимально

точних даних та високоякісних знімків, які отримують апарати завдяки вдосконаленим цільовим навантаженням електромагнітному підвісі із забезпеченим стабілізованим положенням камер незалежно від поривів вітру та інших факторів, що впливають [3].

## **РОЗДІЛ 2. Об'єкт регулювання**

Квадрокоптер - це безпілотний літальний апарат із чотирма гвинтами, які обертаються діагонально у протилежних напрямках. Існуючі безпілотні літальні апарати володіють різним ступенем автономності, починаючи від управління оператором з пункту управління до повністю автоматичного, а також мають відмінності в конструкції, призначені та ін.

Класифікація безпілотних літальних апаратів на кшталт управління [5]:

- автоматичне керування;
- дистанційне керування оператором;
- змішане.

Класифікація безпілотних літальних апаратів за принципом польоту [5]:

- з твердим крилом;
- з гнучким крилом;
- з крилом, що обертається;
- з махаючим крилом;
- аеростатичного типу.

Квадрокоптер складається з мікропроцесорного контролера (політного контролера), рами, гвинтів (від 4 до 12 на одній платформі), двигунів, регуляторів швидкості, приймача та передавача радіосигналу.

На рамі монтується плата управління квадрокоптера, приймач та передавач радіосигналу. На кінцях рами монтуються безколекторні двигуни, що несуть гвинти та регулятори швидкості обертання ротора двигуна. Політний контролер призначений для обробки команд, отриманих від наземної станції (оператора) та управління стабілізацією платформи квадрокоптера у просторі. За допомогою даних, отриманих з блоку інерційних датчиків, відбувається стабілізація платформи у горизонтальну площину. Дані цифрового барометра дозволяють політному контролеру, обробляючи їх, тримати платформу на заданій висоті. Як

додаткове обладнання можуть виступати GPS приймач, звуковий локатор, оптичний датчик, тепловізор, камера та ін.

Квадрокоптери мають чотири гвинти постійного кроку. Кожен гвинт приводиться в рух власним двигуном. Два гвинти обертаються за годинниковою стрілкою, два обертаються проти годинникової стрілки, тому хвостовий гвинт квадрокоптеру не потрібен [5].

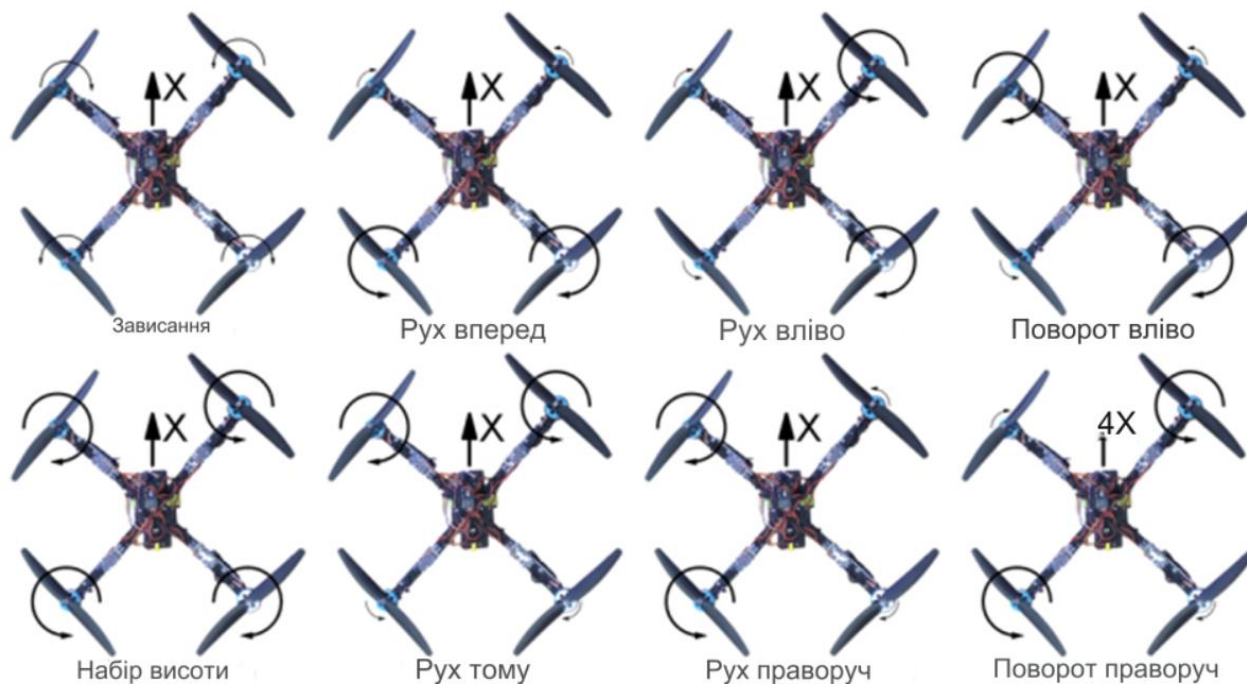


Рисунок 2.1 – Принципи польоту квадрокоптера

Маневрування квадрокоптера проводиться шляхом зміни швидкості обертання гвинтів. Тому зі збільшенням швидкості обертання всіх гвинтів відбувається підйом апарату; зі збільшенням швидкості обертання гвинтів з одного боку та зменшення з іншого відбувається рух убік; при прискоренні гвинтів, що обертаються за годинниковою стрілкою, та уповільненні обертових проти годинникової стрілки відбувається поворот [5].

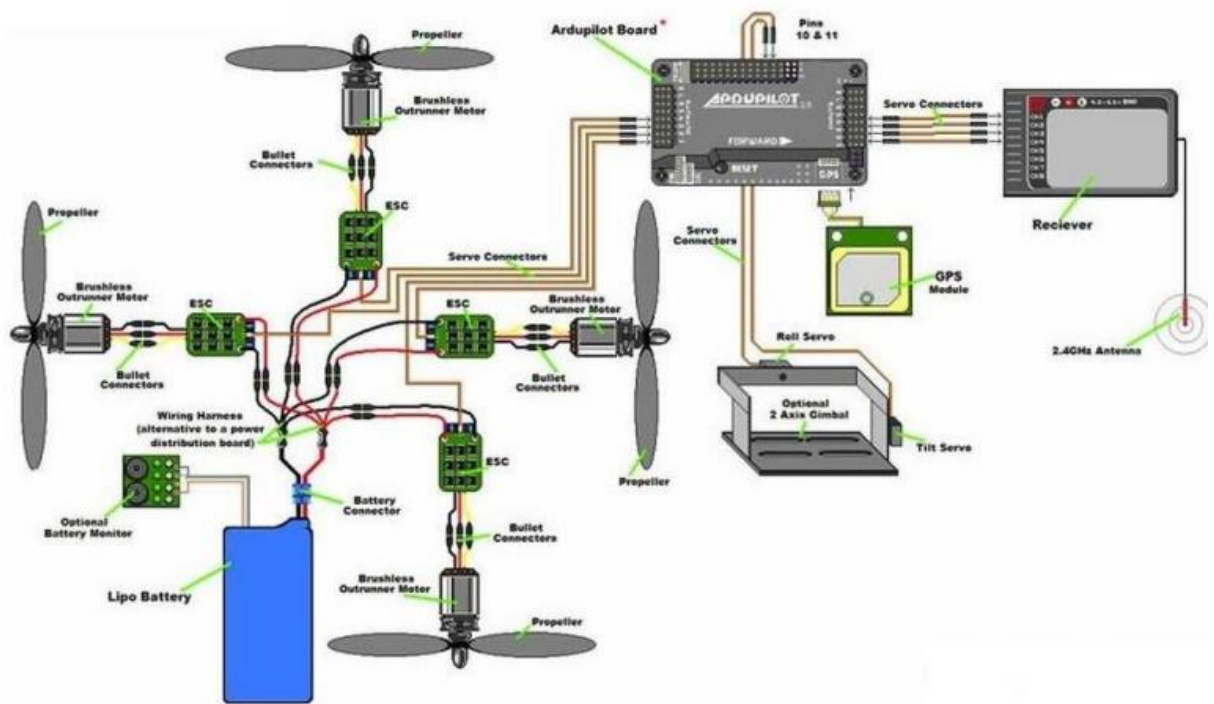


Рисунок 2.2 – Конфігурація електронного обладнання [6]

Контролер забезпечує стійкість польоту, його основне завдання це стабілізація літаючої платформи в повітрі в горизонтальному положенні шляхом подачі керуючих сигналів двигунам. Для цього використовуються дані від інерційних датчиків і обчислюється швидкість для кожного окремого пропелера [4].

Для визначення кутової орієнтації апарату датчики використовують гіроскоп. Вони використовуються для формування команди на компенсацію зміни положення від зовнішніх збудників. Також їх завданням є вимір швидкості зміни нахилу платформи в градусах за секунду. Для вимірювання прискорення апарату за трьома осями координат на безпілотний літальний апарат встановлюють датчики прискорення – акселерометри [6].

Перевагами застосування безпілотного літального апарату мультироторного типу в промисловості є:

- малі витрати на впровадження розробки в порівнянні з витратами на усунення аварій;
- оперативність отримання даних;
- можливість зйомки поблизу об'єктів;
- надійність;

- можливість застосування у важкодоступних та небезпечних для життя та здоров'я людини зонах.

### РОЗДІЛ 3. Математичний опис квадрокоптера

Через складність системи з 6 ступенями свободи були розроблені різні методи позначення, які необхідні для того, щоб достатньо описати критичні змінні. Перш ніж перейти до математичної моделі необхідно ввести деякі позначення.

Нехай  $v_{CM}^b$  – лінійне прискорення. Верхній правий індекс  $b$  означає, що прискорення визначається через компоненти вектора тіла, а нижній індекс  $CM$  позначає, що ця змінна посилається на центр мас щодо інерційної системи координат.

Важливим аспектом математичної моделі є використовувана система координат. У роботі використовуються конфігурації "+" та "X".

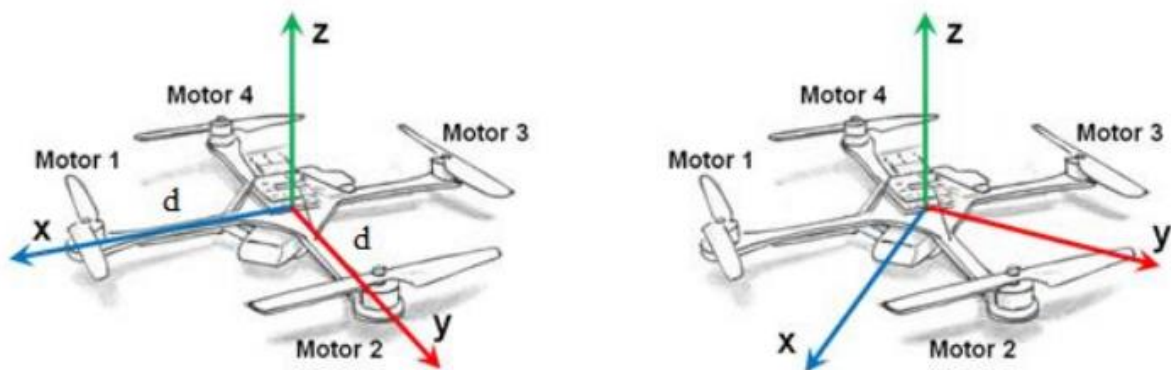


Рисунок 3.1 – «X» та «+» конфігурації [7]

Як видно на рис.3.1, конфігурація «+», що використовується, визначається як вісь X, що лежить уздовж плеча мотора 1 (мотор обертається зверху проти годинникової стрілки) з віссю Y, встановленої вздовж плеча двигуна 2 (обертання відбувається в протилежному напрямку суміжних двигунів) та віссю Z, спрямованої вгору. Значення  $d$  є відстань від даного двигуна до осі обертання і має бути однаковим для кожного двигуна. Це значення буде змінюватися, якщо використовувати конфігурацію «X», яка визначається як поворот у площині XY на 45 градусів проти годинникової стрілки, що призводить до того, що вісь X

знаходиться між двигуном 1 та 2. У будь-якій конфігурації вісь X вважається позитивним напрямом руху квадрокоптера.

### 3.1 Матриця моменту інерції маси

Момент інерції маси об'єкта відіграє таку ж роль при обертальному русі, як і роль маси в поступальному русі. Момент інерції маси визначає, як швидкість обертання залежить від прикладеного моменту кручення. Це залежить не тільки від маси об'єкта, але від того, як маса розподілена навколо осі обертання [7].

Обертальний рух:

$$\sum \tau = J \cdot \dot{\omega} \quad (1)$$

Поступальний рух:

$$\sum F = m \cdot a \quad (2)$$

Необхідно знайти матрицю моменту інерції маси для квадрокоптеру. Важливо зазначити, що квадрокоптер із чотирма гвинтами вважається абсолютно симетричним відносно осей X, Y та Z і має центр мас у геометричному центрі плечей.

За цих припущень матриця  $J^b$  стає діагональною матрицею (це пов'язано з вибором положень осей X та Y, але зберігається як в "+", так і в "X" конфігурації).

Щоб визначити загальний момент матриці інерції необхідно [8]:

- розбити квадрокоптер на окремі компоненти та змодельовати кожен компонент як спрощену геометричну форму постійної внутрішньої густини;
- виміряти та зважити кожен компонент квадрокоптера;
- використовувати теорему паралельних осей, щоб визначити момент інерційного вкладу кожного компонента щодо осей X, Y та Z квадрокоптера;
- підсумовувати інерції для кожного компонента кожної осі, щоб знайти загальний момент інерційної матриці засобу.

Матриця інерції одна із важливих елементів системи. Вона описує момент інерції мас квадрокоптера за певними осями та необхідну динаміку польоту системи. Після використання конфігурації "+" або "X" матриця моменту інерції маси виглядає наступним чином :

$$J^b = \begin{bmatrix} J_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & J_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & J_{zz} \end{bmatrix} \quad (3)$$

де  $J^b$  – інерція квадрокоптера відносно каркасу кузова, кг· м<sup>2</sup>;

$J_{xx}$  – інерція квадрокоптера відносно осі X, кг· м<sup>2</sup>;

$J_{yy}$  – інерція квадрокоптера відносно осі Y, кг· м<sup>2</sup>;

$J_{zz}$  – інерція квадрокоптера відносно осі Z, кг· м<sup>2</sup>.

Через симетрію системи матриця є діагональною і буде ідентичною для конфігурації "+" або "X". Діагональний вид матриці зручний через необхідність інвертувати матрицю для використання в основному рівнянні кутової швидкості.

### 3.2 Коефіцієнт тяги

Тяги двигунів є рушійною силою всіх маневрів квадрокоптеру і є невід'ємною частиною при моделюванні управління. Тяга, що забезпечується однією системою двигуна та пропелера, може бути розрахована наступним чином [8]:

$$T = C_T \cdot \rho \cdot A_r \cdot r^2 \cdot \omega^2 \quad (4)$$

де  $C_T$  – коефіцієнт осьового зусилля для конкретного ротора;

$\rho$  – щільність повітря, кг/м<sup>3</sup>;

$A_r$  – площа поперечного перерізу гвинта, м<sup>2</sup>;

$r$  – радіус ротора, м;

$\omega$  – кутова швидкість обертання ротора, с<sup>-1</sup>.

Для простого моделювання польотів може бути використаний, для спрощення процесу, підхід із зосередженими параметрами:

$$T = c_T \cdot \omega^2 \quad (5)$$

де  $c_T$  – наведений коефіцієнт осьового навантаження;

$\omega$  – кутова швидкість обертання ротора, с<sup>-1</sup>.

Наведений коефіцієнт осьового навантаження відноситься до окремої системи двигун і пропелер. Тяга прикладає силу перпендикулярну площині X-Y рами кузова у додатньому напрямку Z.

### 3.3 Коефіцієнт крутного моменту

Для того щоб визначити вплив двигуна на пірнання під вітер, необхідно також визначити силу крутного моменту системи двигун і пропелер. Відповідне рівняння із зосередженими параметрами показано нижче [9]:

$$Q = c_Q \cdot \omega^2 \quad (6)$$

де  $c_Q$  – коефіцієнтом крутного моменту для системи двигун і пропелер;

$\omega$  – кутова швидкість обертання ротора,  $c^{-1}$ .

Цей момент кручення створює зусилля, яке діє на переміщення системи щодо осі Z.

### 3.4 Початкова матрична конструкція

Після виконання низки тестів з кожною з конфігурацій, у програмному забезпеченні Matlab було розраховано коефіцієнти показників системи. За допомогою цієї інформації була створена матриця, що описує тяги і моменти кручення в системі двигун і пропелер, як показано нижче [9]:

$$\begin{bmatrix} \Sigma T \\ \tau_\varphi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_T & c_T & c_T & c_T \\ 0 & d_+ c_r & 0 & -d_+ c_r \\ -d_+ c_r & 0 & d_+ c_r & 0 \\ -c_Q & c_Q & -c_Q & c_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$d_+$  – довжина від центру головної консолі квадрокоптера до двигуна, м.

Матриця представлена для конфігурації «+».

$$\begin{bmatrix} \Sigma T \\ \tau_\varphi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_T & c_T & c_T & c_T \\ -d_x c_r & d_x c_r & d_x c_r & -d_x c_r \\ -d_x c_r & -d_x c_r & d_x c_r & d_x c_r \\ -c_Q & c_Q & -c_Q & c_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

де  $d_x$  – відстань між двигунами та відповідними осями обертання, де знаходиться важіль, м.

Якщо використовується "X" конфігурація ефект  $c_T$  буде розподілятися між усіма чотирма двигунами.

### 3.5 Зв'язок дросельної команди

Важливим для цілей управління є те, що коефіцієнти тяги та крутного моменту засновані на співвідношенні з оборотами двигунів, а не на тому, що прямо визначається системою керування (наприклад, команда дросельного



засуву). У зв'язку з цим необхідна лінійна регресія (пропорційне зменшення), яка транслюватиме команди дроселя (у відсотках від дроселя) в значення RPM. Для цього було створено наступний регрес:

$$\omega_{SS} = (Throttle\%) \cdot c_R + b \quad (9)$$

де  $\omega_{SS}$  – очікувана постійна частота обертання двигуна,  $c^{-1}$ ;

$Throttle\%$  – відсоткова частка дроселя, %;

$c_R$  – коефіцієнт конвертування відсоткової частки дроселя в RPM;

$b$  –  $Y$  - перехоплення відношення лінійної регресії.

Лінійну регресію можна виконати, використовуючи програму аналізу даних, яка дозволяє контролеру використовувати правильні коефіцієнти, визначені при тесті двигуна, для максимальної точності та реалістичності.

### 3.6 Гіроскопічні сили

Гіроскопічні сили, що виникають в квадрокоптері, визначаються інерцією  $J_m$  компонентів кожного двигуна, що обертаються, параметрами висоти та крену ( $P$  і  $Q$ ), а також швидкістю кожного двигуна  $\omega_i$ . Гіроскопічний крутний момент, що створюється двигунами для тангажу і крену, показаний нижче:

$$\tau_{\phi gyro} = J_m \cdot Q \cdot \left(\frac{\pi}{30}\right) \cdot (\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4) \quad (10)$$

$$\tau_{\theta gyro} = J_m \cdot P \cdot \left(\frac{\pi}{30}\right) \cdot (-\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 + \omega_4) \quad (11)$$

Член  $\pi/30$  відповідає переходу до радіан, які застосовуються для обчислюваної гіроскопічної сили.

### 3.7 Заклучна матрична конструкція

З урахуванням сил двигуна, визначених раніше, складаємо рівняння в матричній формі для цілей моделювання. В отриманій матриці враховано згадані аеродинамічні, гіроскопічні та осьові моменти, що створюються системами двигунів та гвинтів на квадрокоптері для конфігурації «+»:

$$M_{AT}^b = \begin{bmatrix} d_+ c_T \omega_2^2 - d_+ c_T \omega_4^2 + J_m \cdot Q \cdot \left(\frac{\pi}{30}\right) \cdot (\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4) \\ -d_+ c_T \omega_2^2 + d_+ c_T \omega_4^2 + J_m \cdot P \cdot \left(\frac{\pi}{30}\right) \cdot (-\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 + \omega_4) \\ -c_Q \omega_1^2 + c_Q \omega_2^2 - c_Q \omega_3^2 + c_Q \omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Тут  $M_{AT}^b$  відноситься до моментів, які присутні у рамі квадрокоптера у результаті аеродинаміки, поштовхів і крутних моментів у системі двигун та пропелер. Тіло квадрокоптера також відчуває навантаження, що діє на нього через силу тяжіння та сили підйому. Підйомна сила може бути виражена наступним чином:

$$F_{AT}^b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ c_T(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (13)$$

$F_{AT}^b$  – відноситься до сил, що діють у рамі на квадрокоптер внаслідок аеродинаміки та тяги. Додаткові ефекти, такі як перетинання повітряних потоків, аеродинамічний опір і т.д., можуть бути додані в модель після додаткових досліджень та випробувань.

### 3.8 Основні рівняння

Для опису динамічної моделі польоту квадрокоптера було складено основні рівняння:

$$\dot{\omega}_{bi}^b = (J^b)^{-1} \cdot [M_{AT}^b - \Omega_{bi}^b \cdot J^b \cdot \omega_{bi}^b] = \begin{bmatrix} P' \\ Q' \\ R' \end{bmatrix} \quad (14)$$

де  $\dot{\omega}_{bi}^b$  – кутове прискорення кожної осі тіла по відношенню до інерційної системи відліку, рад/с<sup>2</sup>;

$\Omega_{bi}^b$  – матриця проміжних розрахунків для швидкості обертання;

$M_{AT}^b$  – заключна матрична конструкція.

Це рівняння описує зміну швидкостей крену ( $P'$ ), тангажу ( $Q'$ ) та пірнання ( $R'$ ) для квадрокоптера з урахуванням інерції, кутової швидкості та моментів, які застосовуються системами двигуна. Кутове прискорення кожної осі тіла по відношенню до інерційної системи відліку також може було записано як:

$$\dot{\omega}_{bi}^b = \begin{bmatrix} P' \\ Q' \\ R' \end{bmatrix} \quad (15)$$

Маючи матрицю інерції та матриці моменту, переходимо до запису матриці проміжних розрахунків для швидкості обертання. Форма цієї матриці показано нижче:

$$\Omega_{bi}^b = \begin{bmatrix} 0 & -R & Q \\ R & 0 & -P \\ -Q & P & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

де  $P$  – швидкість обертання навколо осі  $X$ , рад/с;

$Q$  – швидкість обертання навколо осі  $Y$ , рад/с;

$R$  – швидкість обертання навколо осі  $Z$ , рад/с;

$$\omega_{bi}^b = \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} \quad (17)$$

де  $\omega_{bi}^b$  – це швидкість обертання тіла квадрокоптера, що визначає безпосередньо  $P$ ,  $Q$  та  $R$ , рад/с.

Наступним основним рівнянням є кінематичне рівняння Ейлера, що дозволяє визначити швидкість зміни кутів Ейлера в інерційній системі координат:

$$\Phi' = H(\Phi)\omega_{bi}^b = \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (18)$$

Відповідно до послідовності обертання в повітряному просторі обертання літального апарата описується як поворот навколо осі  $Z$  (пірнання), потім поворот навколо осі  $Y$  (тангаж) з подальшим обертанням навколо осі  $X$  (крен).

Використовуючи ці три обертання, було складено матрицю повороту, яка перетворює рух літального апарата в одній площині. Результуюча матриця обертання перетворює обертання щодо інерційної системи координат і було визначено з використанням матричного множення. Нижче  $s$ ,  $c$  і  $t$  відповідають синусам, косинусам і дотичним функціям відповідно [9].

$$u^b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c(\Phi) & s(\Phi) \\ 0 & -s(\Phi) & c(\Phi) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c(\theta) & 0 & -s(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ s(\theta) & 0 & c(\theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c(\psi) & s(\psi) & 0 \\ -s(\psi) & c(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot u^i \quad (19)$$

В результаті матричного множення було отримано матрицю обертання послідовності  $ZYX$ :

$$C_{bi} = \begin{bmatrix} c(\theta)c(\psi) & c(\theta)c(\psi) & -s(\theta) \\ (-c(\Phi)s(\psi) + s(\psi)s(\theta)c(\psi)) & c(\Phi)c(\psi) + s(\Phi)s(\theta)s(\psi) & s(\Phi)c(\theta) \\ s(\Phi)s(\psi) + c(\Phi)s(\theta)c(\psi) & -s(\Phi)c(\psi) + c(\Phi)s(\theta)s(\psi) & c(\Phi)c(\theta) \end{bmatrix} \quad (20)$$

Ця матриця обертання має особливе значення при вирішенні основних рівнянь швидкості та положення.

При використанні послідовних матриць повороту, кутова швидкість квадрокоптера може бути пов'язана із змінами кута повороту, як показано нижче, де  $C$  - матриці  $\phi$  і  $\theta$  від складової матриці повороту  $u^b$ .

$$\omega_{bi}^b = \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + C_{\Phi} \left( \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} \right) + C_{\psi} \left( \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \right) \quad (21)$$

Виконавши множення та додавання матриць, взявши похідну, було знайдено кінематичне рівняння Ейлера:

$$\dot{\Phi} = \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & t(\theta)s(\Phi) & t(\theta)c(\Phi) \\ 0 & c(\Phi) & -s(\Phi) \\ 0 & s(\Phi)/c(\theta) & c(\Phi)/c(\theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} = H(\Phi)\omega_{bi}^b \quad (22)$$

Такий підхід є ефективним, хоча є один дуже важливий недолік. Особливість виникає, коли  $\theta$  дорівнює  $\pm 90^\circ$ . Через це точність і чисельна стабільність моделювання можуть бути скомпрометовані, якщо кут повороту наближається або сягає  $\pm 90^\circ$ . Існує декілька підходів до вирішення цієї проблеми, у тому числі використання кватерніонів для моделювання. Тому можна вибрати іншу модифікацію моделювання для використання того чи іншого підходу до усунення цього недоліку.

Наступне основне рівняння – це рівняння швидкості, яке описує прискорення центру мас моделі квадрокоптера, засноване на силах та прискореннях, що діють на тіло [9].

$$v'_{CM}{}^b = \left( \frac{1}{m} \right) \cdot F_{AT}^b + g^b - \Omega_{bi}^b \omega_{CM}^b = \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} \quad (23)$$

де  $v'_{CM}{}^b$  – лінійне прискорення центру мас щодо інерційної системи відліку, м/с;

$m$  – загальна маса квадрокоптера, кг;

$g^b$  – прискорення вільного падіння, м/с<sup>2</sup>.

Використовуючи ці рівняння, можна знайти лінійне прискорення квадрокоптера у напрямках X, Y та Z квадрокоптера.

Останнє рівняння стану це рівняння стану позиції, яке описує лінійну швидкість центру мас квадрокоптера в інерційній системі координат.

$$P'_{CM}{}^i = C_{ib} \cdot v_{CM}^b = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (24)$$

де  $v_{CM}^b$  – швидкість квадрокоптера, м/с;

$C_{ib}$  - матриця обертання.

Це основне рівняння дозволило нам визначити швидкість квадрокоптера у напрямках X, Y та Z інерційної системи відліку.

#### РОЗДІЛ 4. Моделювання та управління

Програмне забезпечення Matlab Simulink базується на симуляторі квадрокоптера, що допомагає вивчити динамічні характеристики досліджуваного об'єкта. Моделювання є синтезом кількох підходів до моделювання поведінки квадрокоптера. Для забезпечення простоти моделі багато важливих ефектів, що враховуються при створенні та тестуванні реального апарату, деякі аеродинамічні ефекти, такі як махи лез ігноруються, або значно коригуються. Для використання цього програмного забезпечення не потрібні спеціальні навички чи знання [9].

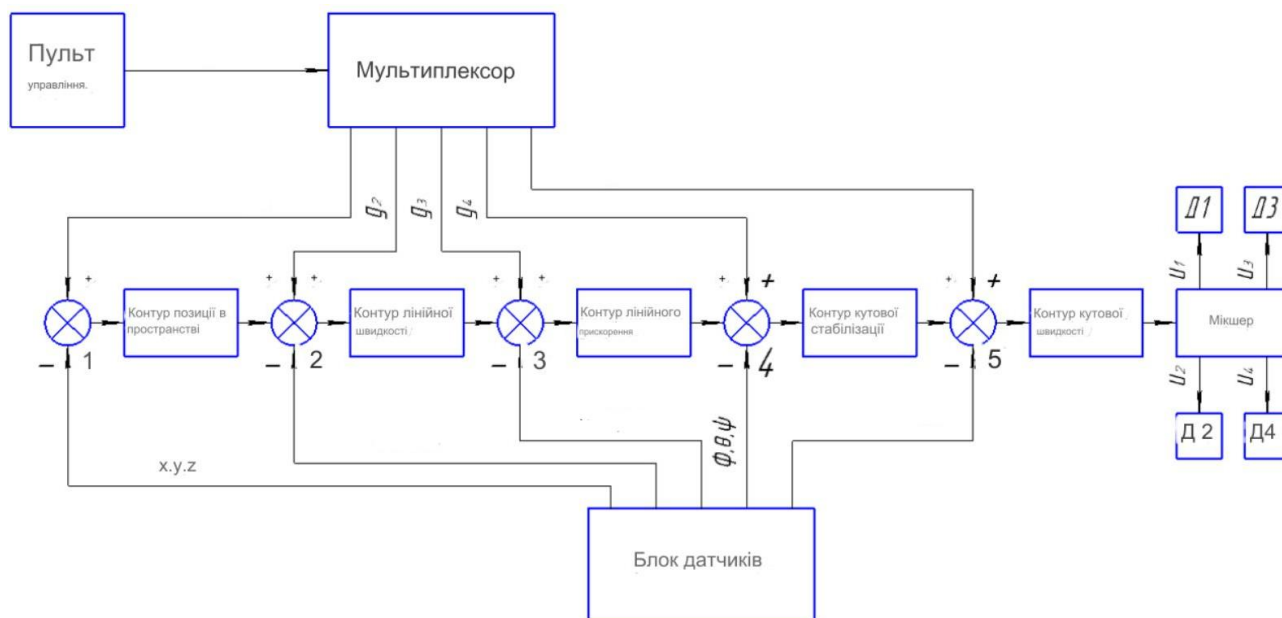


Рисунок 4.1 – Контури керування параметрами безпілотного літального апарату

На рисунку 4.1 представлено загальний вигляд структурної схеми управління параметрами безпілотного літального апарату. За допомогою пульта керування задаються початкові координати літального апарату  $g$ . На кожен контур надходять результати вимірювань інерційних датчиків, що задаються, і параметри з датчиків, встановлених на квадрокоптері, про стан апарату. У контурах формуються регулюючі впливи, що передаються на суматор, який у свою чергу подає керуючі напруги на кожен з двигунів.

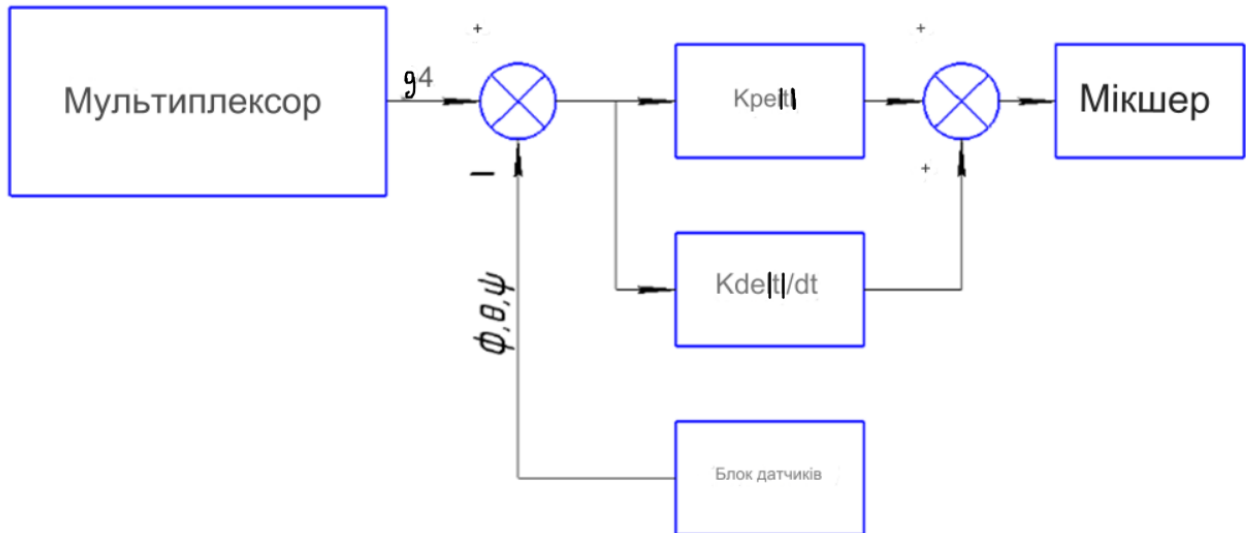


Рисунок 4.2 – Контур керування кутової стабілізації квадрокоптера

Після того, як блоком датчиків були отримані кути крену, тангажу та пірнання, застосували поправку до потужностей двигунів, для усунення можливого відхилення. Для досягання мети зазвичай застосовується ПІД або ПД регулятор.

У даній роботі було використано ПД регулятор. ПД (пропорційно-диференціальний) регулятор – алгоритм, який на основі відхилення від величини, у якій необхідно стабілізуватися, видає поправку на відповідні двигуни.

Вважатимемо відхилення від необхідної величини в момент часу  $t$  рівним  $e(t)$ , тоді формула, наведена нижче, виражає необхідне коригування.  $K_P$ ,  $K_D$  – пропорційний та диференціальний коефіцієнти відповідно. У ПД регулятора інерційна компонента обнуляється. Динамічна помилка  $e(t) = 0$ .

$$u(t) = K_P \cdot e(t) + K_D \cdot \frac{de(t)}{dt} \quad (25)$$

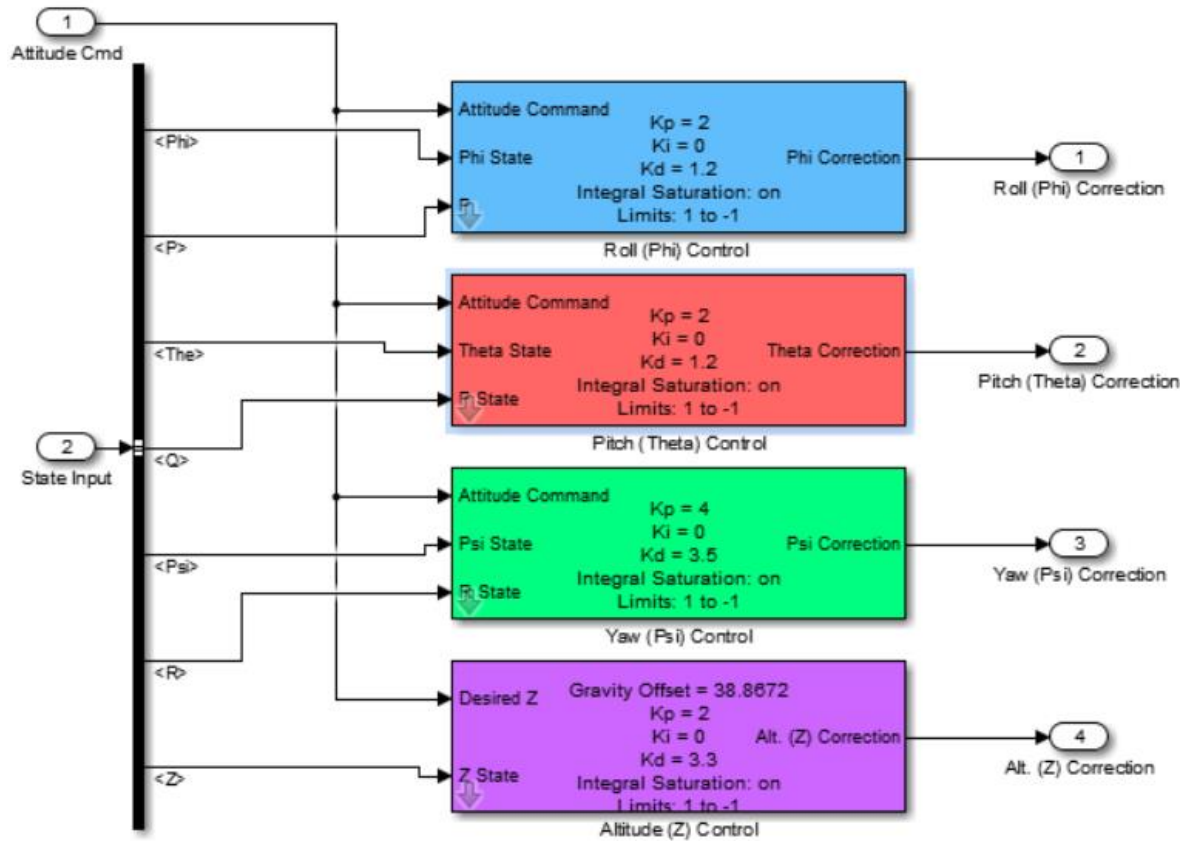


Рисунок 4.3 – Структура контуру керування орієнтацією

Розглянемо блок управління орієнтацією квадрокоптера у програмному забезпеченні Matlab Simulink. Контур складається з чотирьох блоків, що контролюють крен, тангаж, пірнання і висоту. Текст на передній частині цих блоків можна змінювати, щоб відобразити значення коефіцієнтів посилення ПД регулятора [9].

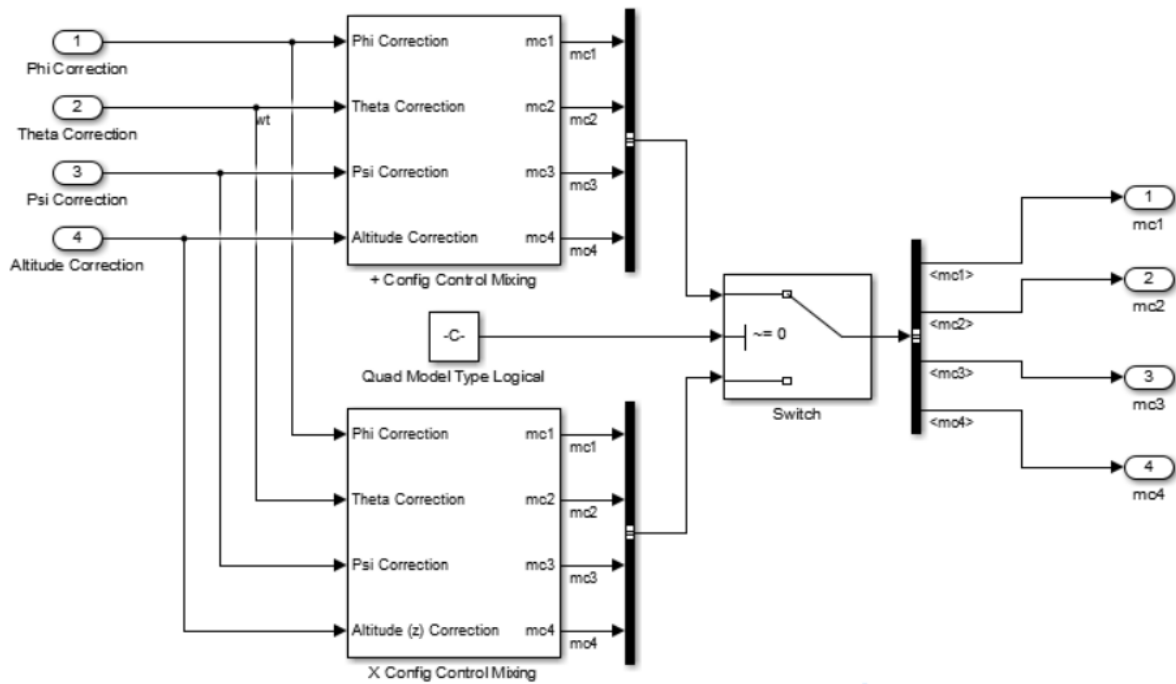


Рисунок 4.4 – Структура блоку "складання" управління

Цей блок приймає команди корекції для крену, тангажу, пірнання, висоти і «складає» їх, відправляючи кожну поправку на відповідний двигун. На передній панелі представлено завантажену конфігурацію «+». Призначення механізму перемикання полягає в тому, щоб правильно керувати квадрокоптером "X" конфігурації та "+", не використовуючи інший блок [9].

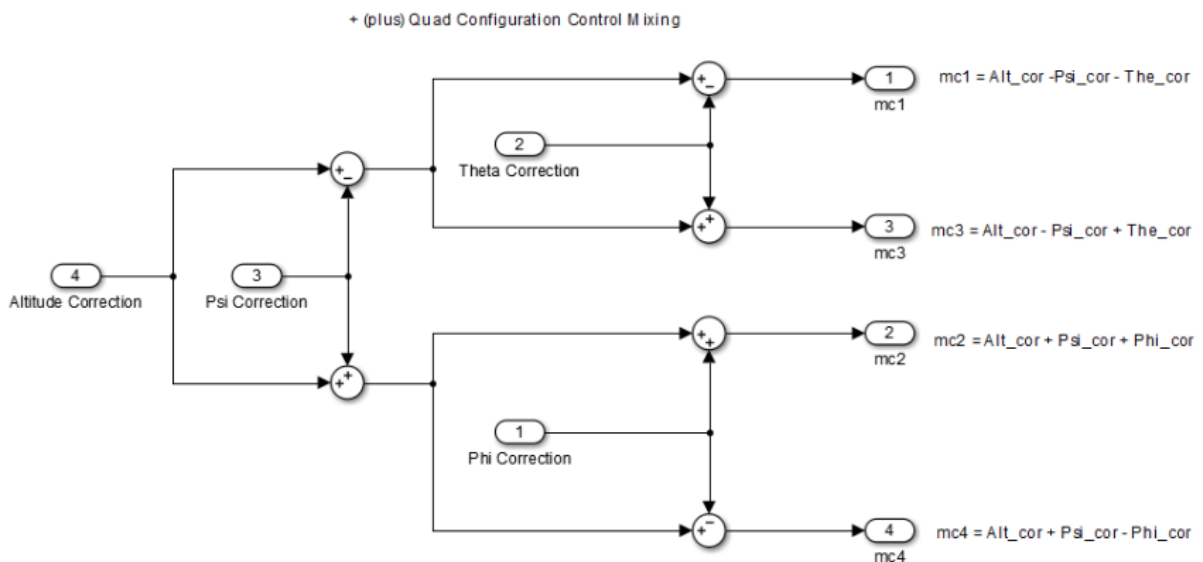


Рисунок 4.5 – Управління "+" конфігурацією

Рівняння записуються поряд із кожним виходом для довідки. Слід зазначити, що це вихідні сигнали виражені у відсотках дроселя. Це дуже важливо, так як це дозволяє налаштовувати контролер і очікувати такої ж

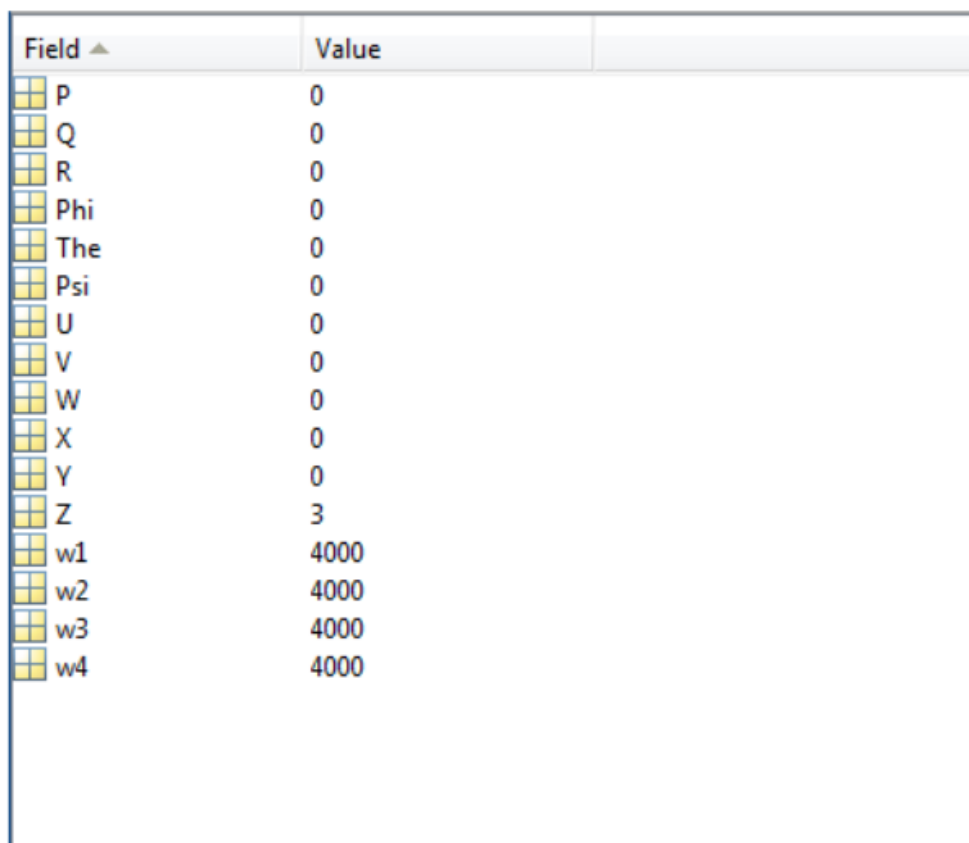


продуктивності від квадрокоптера, що моделюється, для даної системи управління великою кількістю коефіцієнтів посилення, які можна отримати від реальної системи управління.

#### 4.1 Налаштування ПД - регулятора в середовищі Matlab

Синтез (процес отримання) математичного опису об'єкта на основі експериментальних даних на його вході та виході називається ідентифікацією об'єкта. Результатом ідентифікації є графіки імпульсної чи перехідної характеристики об'єкта. Математичний опис ідентифікації був представлений у вигляді таблиць (рис 4.1.1).

За допомогою імітаційної моделі квадрокоптера було реалізовано режим польоту «Зависання». Початкові умови даного режиму польоту наведено рис. 4.1.1



Field	Value
P	0
Q	0
R	0
Phi	0
The	0
Psi	0
U	0
V	0
W	0
X	0
Y	0
Z	3
w1	4000
w2	4000
w3	4000
w4	4000

Рисунок 4.1.1 – Початкові умови режиму польоту «Зависання»

Результати процесу моделювання режиму польоту «Зависання» представлені рис. 4.1.2. На рис. 4.1.2 показано, як змінюються характеристики літального апарата за підтримки режиму польоту протягом 20 секунд.

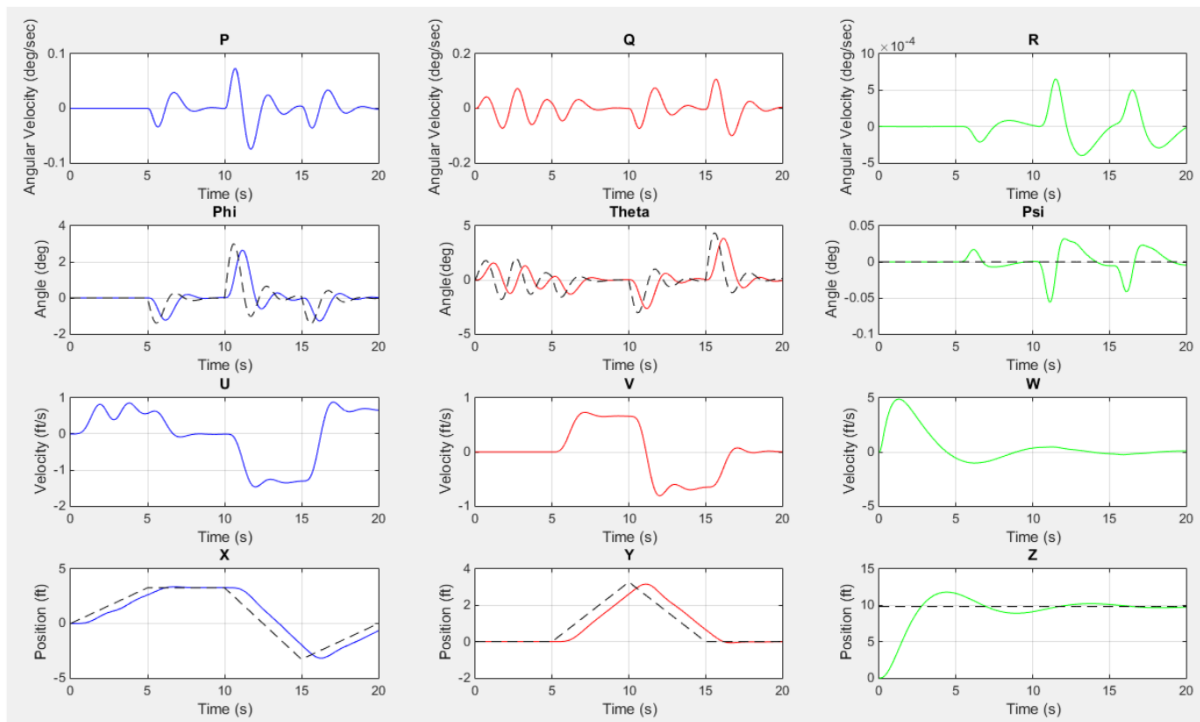


Рисунок 4.1.2 – Характеристики квадрокоптера у режимі польоту «Зависання»

За допомогою програми System Identification Toolbox, в якій проводилася ідентифікація, було отримано перехідну характеристику об'єкта. Ця характеристика використовується для визначення параметрів ПД – регулятора [9].

Незважаючи на розмаїтість та складність реальних об'єктів управління, у ПД – регуляторах використовуються, як правило, лише дві структури математичних моделей: модель першого порядку із затримкою та модель другого порядку із затримкою. Для літальних апаратів застосовуються модель другого порядку.

Допустимі межі параметрів для ПД – регулятора:

- максимальна динамічна помилка – не більше 15%;
- час встановлення – трохи більше 2,5с;
- статична помилка - 0.

Перехідний процес регулювання представлено малюнку 4.1.3. Налаштований регулятор з оптимальними параметрами показаний суцільною лінією. Штриховою лінією виділено неналаштований регулятор з вихідними параметрами.

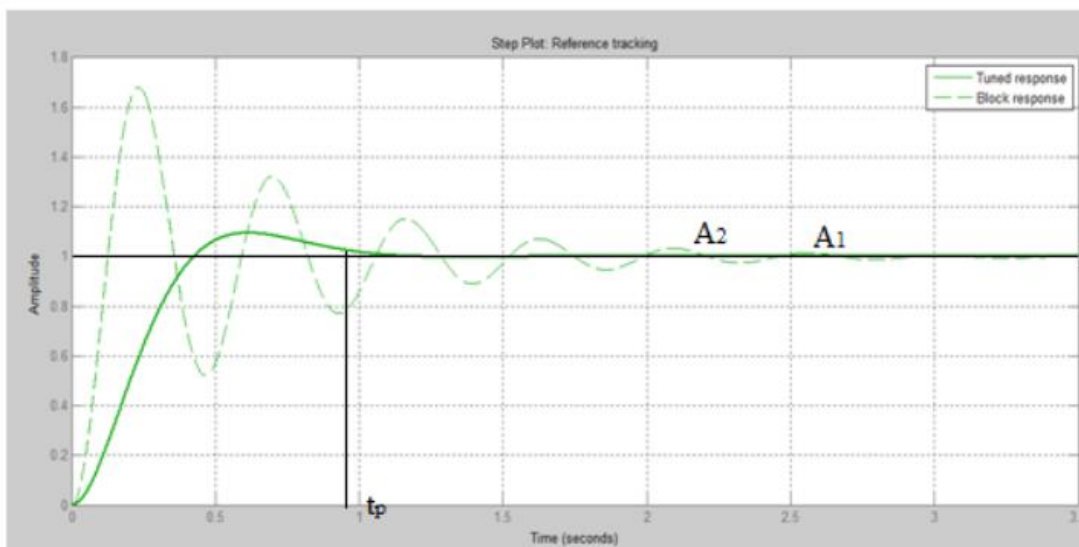


Рисунок 4.1.3 – Перехідний процес регулювання

Отримані коефіцієнти регулятора представлені у таблиці 4.1.

Таблиця 4.1 – Оптимальні коефіцієнти налаштування регулятора

Регулятор	$K_P$	$K_D$
ПД	0.16731	0.057311

За отриманими даними було зроблено оцінку якості перехідного процесу.

Прямі оцінки якості:

- динамічна помилка  $A_1 = 0,085$ ;
- ступінь притушення перехідного процесу  $\psi = 1 - \frac{A_2}{A_1} = 1$ ;
- статична помилка  $\varepsilon_{ст} = y(\infty) = 0$ ;
- час регулювання  $t_p = 0.985$  с.

При аналізі отриманих обчислень зроблено висновок, що результати не перевищують допустимих значень.

## ВИСНОВОК

Безпілотні літальні апарати типу мультикоптер є проривним елементом при їх використанні у енергетичній сфері, системах забезпечення життєдіяльності населення та особливо, у наш час, оборонній діяльності. Як показують події останніх років, захист об'єктів інфраструктури, важливих промислових об'єктів, фонду оборонпрому, критично важливих військових пунктів дислокації, моніторинг стану цих об'єктів, спостереження за динамікою змін навколо об'єктів матиме вагомий вклад у забезпечення безпеки всієї країни.

Моделі та симуляції у даній роботі свідчать про працездатність системи навігації з інерційним принципом, її важливою перевагою є те, що управління рухом об'єкта ґрунтується на властивостях інерції тіл, метод є автономним та не вимагає наявності зовнішніх орієнтирів або сигналів що надходять зовні. Дослідження проводилося зі стандартним квадрокоптером без машинного зору, штучного інтелекту та ін., що вказує на можливість проведення подальших досліджень спрямованих на модифікаційні зміни як у самій конструкції об'єкту так і модернізації електронної складової, що призведе до можливості залучення технології у ще більшій кількості сфер. Досить перспективним напрямком є досліди з використанням штучного інтелекту.

## ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Inertial Navigation Systems (13 May 2016). Michael S. Braasch, <https://doi.org/10.1002/9781119163060.ch1>
2. Quadcopter: Design, Construction and Testing (2016), Omkar Tatale, Nitinkumar Anekar, Supriya Phatak, Suraj Sarkale. International Journal for Research in Engineering Application & Management (IJREAM) ISSN : 2454-9150
3. Applications of Drones in Infrastructures: Challenges and Opportunities. Jin Fan, Mohamad Saadeghvaziri. Conference Paper · October 2019 DOI: 10.5281/zenodo.3566281
4. COMPARATIVE ANALYSIS OF ADDITIVE PRODUCTION TECHNOLOGIES IN MECHANICAL ENGINEERING. Ihor Petrenko, Maksym Bolotov, Timur Hanieiev. Chernihiv Polytechnic National University (Chernihiv, Ukraine).
5. Modelling and control of quadcopter. Teppo Luukkonen, Mat-2.4108 Independent research project in applied mathematics Espoo, August 22, 2011.
6. Dean, Jacob; Mixter, James; and Barr, Jordan, "Multi-Rotor Unmanned Aerial Vehicle" (2015). Honors Theses. 2653. [https://scholarworks.wmich.edu/honors\\_theses/2653](https://scholarworks.wmich.edu/honors_theses/2653)
7. Alvarez, Omar & Sánchez, Harold & Ángel, Miguel & Segura, Ballen & Ballen-Segura, Miguel. (2021). Caracterización de dron con diseño y construcción de un sistema de adquisición de datos para el monitoreo del aire.
8. Quad-Sim [Электронный ресурс] / Режим доступа: [https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/48053-quad-sim/all\\_files](https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/48053-quad-sim/all_files)
9. Quadcopter Project [Электронный ресурс] / Режим доступа: <https://www.mathworks.com/help/aeroblks/examples/quadcopter-project.html>